

Tijd van 14:00 - 17:00 uur

MAAK ELKE OPGAVE OP EEN APART VEL, voorzien van je naam.

Op vel 1: **studentnummer**, **naam**, **adres**, **postkode**, **woonplaats** en **studierichting**.

De onderdelen van de opgaven zijn veelal onafhankelijk van elkaar op te lossen. Ook al kun je een bepaald onderdeel niet oplossen, **probeer dan toch het vervolg** van de opgave.

Opgave 1.

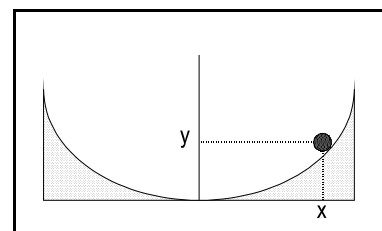
Een voorwerp met een massa m , voert een rechtlijnige beweging uit. Voor de snelheid v van het voorwerp als functie van de plaats x geldt:

$$v = v_0 \cdot e^{-x^2}$$

- Bereken de kracht die op het voorwerp wordt uitgeoefend, als functie van de plaats.
- Bereken voor welke waarden van x de kracht een extreme waarde aanneemt (de aard van het extremum hoeft hierbij niet onderzocht te worden).
- Laat zien dat de kracht conservatief is.
- Bereken de potentiële energie $V(x)$ van het voorwerp als voor de potentiële energie in de oorsprong geldt: $V(0) = 0$.

Opgave 2.

Een goot heeft de vorm van een *cycloïde* (zie figuur 1). In de goot rolt een kogel met een massa m onder invloed van de zwaartekracht, wrijvingsloos heen en weer. De afmetingen van de kogel mogen verwaarloosd worden. De beweging van de kogel wordt beschreven door de parametervergelijkingen:



Figuur 1.

$$\begin{pmatrix} x = R \left(\frac{4\pi}{T} t + \sin \left(\frac{4\pi}{T} t \right) \right) \\ y = R \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi}{T} t \right) \right) \end{pmatrix}$$

Hierin is T de periode.

- Bereken de potentiële energie van de kogel als functie van de tijd.
- Bereken de kinetische energie van de kogel als functie van de tijd.
- Geef aan waarom de som van potentiële en kinetische energie constant is.
- Bereken de periode T met gebruikmaking van de bewering in c.

Maak zonodig gebruik van de volgende goniometrische betrekkingen:

$$1 - \cos(2\alpha) = 2 \cos^2 \alpha$$

$$1 + \cos(2\alpha) = 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$